Πανελλήνιες Εξετάσεις Ημερήσιων Γενικών Λυκείων

Εξεταζόμενο Μάθημα: **Φυσική Θετικής & Τεχνολογικής Κατεύθυνσης**

Ημ/νία: 10 Ιουνίου 2014

Απαντήσεις Θεμάτων

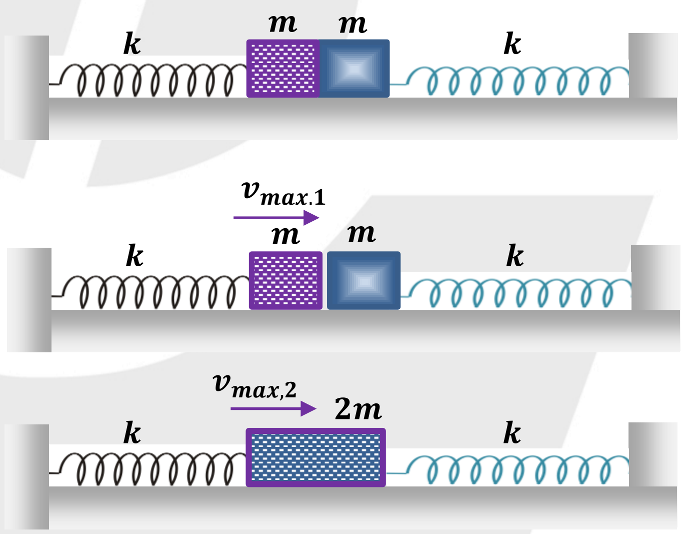
ΘΕΜΑ Α

Α1. γ **Α2.** β **Α3.** γ **Α4.** β

Α5. α) Σωστό β) Σωστό γ) Λάθος δ) Λάθος ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση: iii) 2



Για τις μέγιστες ταχύτητες των ταλαντώσεων ισχύει:

$$v_{max,1} = \omega \cdot A_1 \quad (1)$$

$$\text{και} \quad v_{max,2} = \omega' \cdot A_2 \quad (2)$$

Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση προκύπτει:

$$m \cdot v_{max,1} = 2m \cdot v_{max,2}$$

$$\Leftrightarrow v_{max,2} = \frac{1}{2} v_{max,1} \quad (3)$$

Επίσης ισχύουν:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{και} \quad \omega' = \sqrt{\frac{2k}{2m}} = \omega$$

δηλαδή $\omega' = \omega$ (4)

Η σχέση (3) αντικαθιστώντας τις (1), (2) και (4) γίνεται:

$$\omega' \cdot A_2 = \frac{1}{2} \cdot \omega \cdot A_1 \Rightarrow A_2 = \frac{1}{2} A_1 \Leftrightarrow \boldsymbol{\frac{A_1}{A_2} = 2}$$

Β2. Σωστή απάντηση: ii) $f_1 = 100,25\ Hz$ και $f_2 = 99,75$

Για την περίοδο του διακροτήματος ισχύει: $T_\delta = 2sec \Rightarrow f_\delta = \frac{1}{2}\ Hz$

Γνωρίζουμε ότι: $f_{TAA} = \frac{f_1+f_2}{2} \Rightarrow T_{TAA} = \frac{2}{f_1+f_2}$

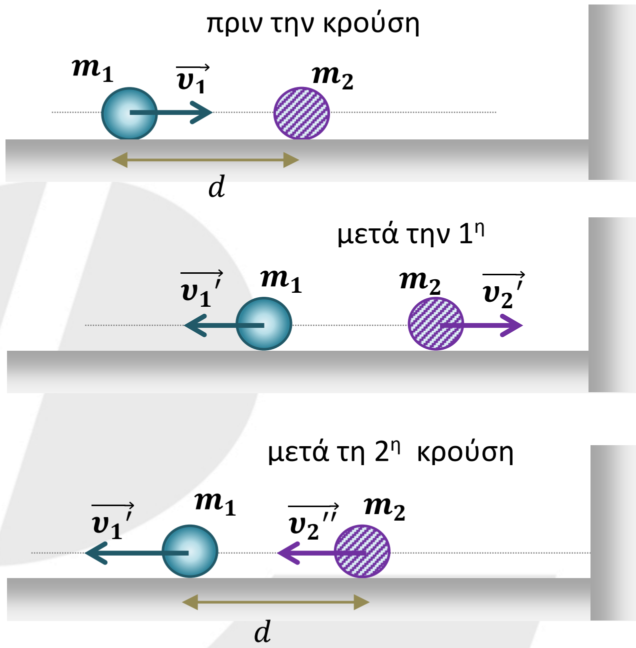
Επίσης είναι: $N = \frac{T_\delta}{T_{TAA}} \Rightarrow 200 = \frac{2}{\frac{2}{f_1+f_2}} \Rightarrow f_1 + f_2 = 200$ (1) και $f_1 - f_2 = \frac{1}{2}$ (2)

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (1) και (2) προκύπτει:

$2f_1 = 200{,}5 \Rightarrow f_1 = 100{,}25\ Hz$ και αντικαθιστώντας στην (1) παίρνουμε: $f_2 = 99{,}75$

Β3. Σωστή απάντηση: iii) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

Έστω υ_1', υ_2' οι ταχύτητες των σφαιρών αμέσως μετά την ελαστική κρούση των $m_1 - m_2$. Γνωρίζουμε ότι:



$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 < 0 \quad (1)$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \qquad (2)$$

Για την ελαστική κρούση m_2 με τον τοίχο ισχύει: $\upsilon_2'' = -\upsilon_2'$

Όμως η απόσταση των m_1, m_2 είναι σταθερή.

Οπότε $\upsilon_1' = \upsilon_2'' \Rightarrow \upsilon_1' = -\upsilon_2'$

$$\Rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow m_1 - m_2 = -2m_1 \Rightarrow 3m_1 = m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}.$$

Οι υ_1' , υ_2' , υ_2'' είναι οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το διάγραμμα παρατηρώ ότι ο χρόνος άφιξης στο (Σ) από την:

(Π_2) είναι: $t_2 = 0{,}2s$ και από την (Π_1): $t_1 = 1{,}4s$ άρα οι αποστάσεις είναι:

Από την Π_1: $r_1 = \upsilon_\delta t_1 = 5 \cdot 1{,}4 = 7m$

Από την Π_2: $r_2 = \upsilon_\delta t_2 = 5 \cdot 0{,}2 = 1m$

Γ2. Μεταξύ της άφιξης των δύο κυμάτων μεσολαβεί χρονικό διάστημα:

$\Delta t = 1{,}4 - 0{,}2 = 1{,}2$ sec.

Στο Δt γίνονται τρεις (3) ταλαντώσεις, άρα $f = \dfrac{N}{\Delta t} = \dfrac{3}{1{,}2} = 2{,}5\ Hz$

Επίσης $\lambda = \dfrac{\upsilon}{f} = \dfrac{5}{2{,}5} = 2m$

Άρα $0 \leq t < 0{,}2$ sec $\quad y_\Sigma = 0$

$0{,}2 \leq t < 1{,}4$ sec $\quad y_\Sigma = 5 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi \left(2{,}5t - \dfrac{r_2}{2}\right)$

$$= 5 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi\, (2{,}5t - 0{,}5)$$

Για $t \geq 1{,}4$ έχουμε:

$$y_\Sigma = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{7-1}{4}\right) \eta\mu 2\pi \left(2{,}5t - \frac{1+7}{4}\right)$$

$$= -10 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi(2{,}5t - 2) = -10^{-2} \eta\mu 2\pi(2{,}5t - 2)\,.$$

Γ3. Εφαρμόζω την ΑΔΜΕ για την ταλάντωση του φελλού, μετά τη συμβολή των κυμάτων.

$$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}Dy_1^2$$

$$\Rightarrow |\upsilon_1| = \omega\sqrt{A^2 - y_1^2}$$

$$= 2\pi f\sqrt{10^{-4} - 75 \cdot 10^{-6}}$$

$$= 2\pi 2{,}5\sqrt{25 \cdot 10^{-6}}$$

$$= 5\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 25\pi \cdot 10^{-3}\ m/sec$$

Γ4. $K_1 = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{1}{2} m \omega_1^2 A_1^2$

Ομοίως $K_2 = \frac{1}{2} m\, \omega_2'^2 A_2^2$

$$\frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{\omega_1 A_1}{\omega_2 A_2}\right)^2 \qquad (1)$$

Όμως $f_2 = \frac{10}{9} f_1 \qquad \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{2\pi f_2}{2\pi f_1} = \frac{10}{9}$.

Για το νέο μήκος κύματος έχω:

$$\lambda_2 = \frac{\upsilon}{f_2} = \frac{\upsilon}{\frac{10}{9} f_1} = \frac{9}{10} \cdot \frac{\upsilon}{f_1} = \frac{9}{10} \lambda_1 = 1{,}8\, m$$

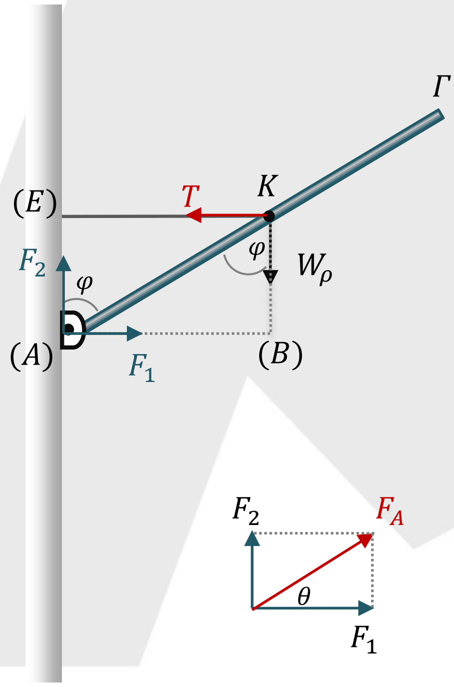
$$A_\Sigma = \left| 2{,}5 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu 2\pi \, \frac{r_1 - r_2}{2\lambda_2} \right|$$

$$= \left| 10 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{7-1}{3{,}6}\right) \right| = \left| 10 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu 2\pi \, \frac{6}{3{,}6} \right|$$

$$= \left| 10 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu 2\pi \, \frac{10}{6} \right| = \left| 10 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu \frac{10\pi}{3} \right| = 5 \cdot 10^{-3} = \frac{A_1}{2}$$

Από (1) $\Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{9}{10} \cdot 2\right)^2 = \frac{81}{25}$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Από την ισορροπία της ράβδου έχουμε:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_1 = T \ \ (1)$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_2 = W_\rho \Rightarrow F_2 = Mg \Rightarrow \boldsymbol{F_2 = 56\ N}$

και $\Sigma \vec{\tau_A} = 0 \Rightarrow \vec{\tau_{W_\rho}} + \vec{\tau_T} + \vec{\tau_{F_1}} + \vec{\tau_{F_2}} = 0$

$\Rightarrow M \cdot g \cdot (AB) - T \cdot (AE) = 0$

$\Rightarrow T = M \cdot g \cdot \frac{(AB)}{(AE)} \Rightarrow T = \frac{M \cdot g \cdot (AK) \cdot \eta\mu\varphi}{(AK) \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}$

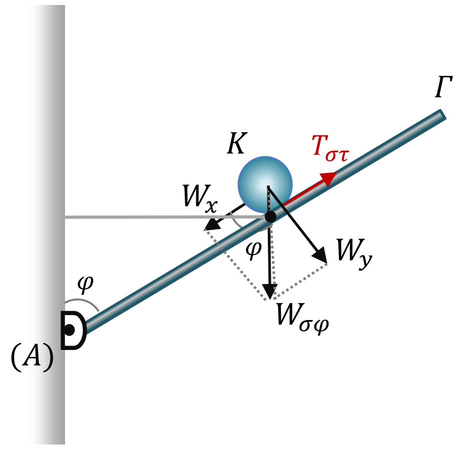
$\Rightarrow T = \frac{56 \cdot 0{,}6}{0{,}8} \Rightarrow \boldsymbol{T = 42\ N}$

Οπότε, από τη σχέση (1) έχουμε: $\boldsymbol{F_1 = 42\ N}$

και $F_A = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow F_A = \sqrt{42^2 + 56^2} \Rightarrow \boldsymbol{F_A = 70\ N}$

με

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_2}{F_1} = \frac{56}{42} = \frac{4}{3}$$



Δ2. Αναλύουμε το βάρος της σφαίρας:

$w_x = mg\ συνφ$ και $w_y = mg\ ημφ$

Για τη μεταφορική κίνηση της σφαίρας έχουμε:

$\Sigma F = m\, a_{cm} \Rightarrow mg\ συνφ - T_{στ} = m \cdot a_{cm}$ (3)

Για τη στροφική κίνηση έχουμε:

$\Sigma\tau = I\alpha_{γων} \Rightarrow T_{στ} \cdot r = \frac{2}{5} mr^2 \frac{a_{cm}}{r} \Rightarrow T_{στ} = \frac{2}{5} ma_{cm}$ (4)

Από τις σχέσεις (3) και (4) παίρνουμε:

$mg\ συνφ = \frac{7}{5} ma_{cm} \Rightarrow 10 \cdot 0{,}8 = \frac{7}{5} a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = \frac{40}{7}\ m/s^2$

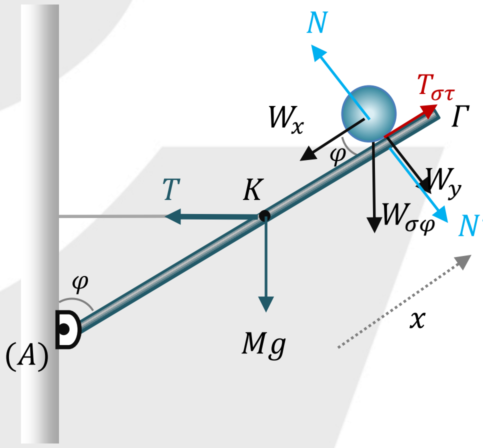
Άρα: $\alpha_{γων} = \frac{a_{cm}}{r} = \frac{\frac{40}{7}}{\frac{1}{70}} \Rightarrow \alpha_{γων} = 400\ rad/s^2$

Δ3. Στη σφαίρα ισχύει: $\overrightarrow{\Sigma F_y} = 0 \Rightarrow N = mg\ ημφ \Rightarrow N = 4 \cdot 0{,}6 = 2{,}4\ N$

Όμως στη ράβδο ασκείται η N' που είναι η αντίδραση της N.

Οπότε: $N' = 2{,}4\ N$.

Η ράβδος ισορροπεί, οπότε ισχύει:



$(\Sigma\tau)_A = 0 \Rightarrow W_\rho \frac{l}{2}\ ημφ - T \frac{l}{2} συνφ + N' \left(\frac{l}{2} + x\right) = 0$

$\Rightarrow 56 \cdot 0{,}6 - T \cdot 0{,}8 + 2{,}4(1 + x) = 0$

$\Rightarrow 56 \cdot 0{,}6 - T \cdot 0{,}8 + 2{,}4 + 2{,}4x = 0$

$\Rightarrow 33{,}6 - T \cdot 0{,}8 + 2{,}4 + 2{,}4x = 0$

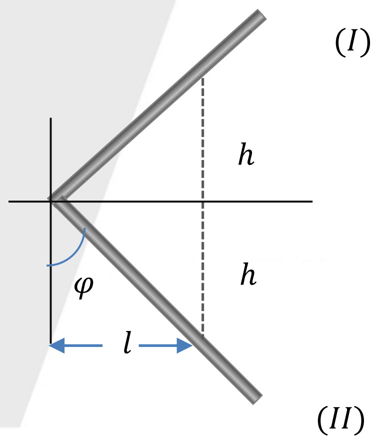
$\Rightarrow 36 - 0{,}8T + 2{,}4x = 0$

$\Rightarrow T = 45 + 3x$

Δ4. Ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας για τη ράβδο δίνεται από τη σχέση:

$\left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{ράβδου} = \Sigma\tau \cdot \omega$ (5)

$\Sigma\tau = W_\rho \frac{l}{2}\ ημφ \Rightarrow \Sigma\tau = 56 \cdot \frac{2}{2} \cdot 0{,}6 = 33{,}6\ N \cdot m$



Εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ από τη θέση (Ι) στη θέση (ΙΙ) παίρνουμε:

$K_T - K_A = W w_\rho \Rightarrow$

$\frac{1}{2} I_\rho \omega_{II}^2 = mg2h$, όπου $h = \frac{l}{2} συνφ = 0{,}8$

Άρα $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot 5{,}6\cdot 4\omega_{II}^2 = 5{,}6\cdot 10\cdot 1{,}6 \Rightarrow \omega_{II}^2 = \frac{3}{2}16 \Rightarrow \omega_\tau = 2\sqrt{6}\ r/s$

Τέλος από τη σχέση (5): $\left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\rho\alpha\beta\delta} = 33{,}6\cdot 2\sqrt{6} = 67{,}2\sqrt{6}\ J/s$

Δ5. Μετά την κρούση οι ράβδοι κινούνται μαζί.

$$I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = I_\rho + I'_\rho = \frac{1}{3}Ml^2 + \frac{1}{3}3Ml^2 = \frac{4}{3}Ml^2$$

Από την **Αρχή Διατήρησης Στροφορμής** για την κρούση των ράβδων:

$$I_\rho\cdot\omega_{II} = I_{\sigma\upsilon\sigma\tau}\cdot\omega'$$

$$\omega' = \frac{I_p}{I_{\sigma\upsilon\sigma\tau}}\,\omega_{II} = \frac{\frac{1}{3}Ml^2}{\frac{4}{3}Ml^2}\,\omega_{II} = \frac{1}{4}\omega_{II}\,.$$

$$\pi\% = \frac{E_{A\Pi\Omega\Lambda}}{K_{\Pi PIN}}\,100\% = \frac{K_{\Pi PIN} - K_{META}}{K_{\Pi PIN}}\,100\%$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\frac{1}{3}Ml^2\omega_{II}^2 - \frac{1}{2}\frac{4}{3}Ml^2\frac{1}{16}\,\omega_{II}^2}{\frac{1}{2}\frac{1}{3}Ml^2\omega_{II}^2}\,100\%$$

$$= \frac{1-\frac{4}{16}}{1}\,100\% = 75\%$$

Επιμέλεια:
Μπάμπης Μπέσης, Στέφανος Μαυρογιώργης, Νίκος Πουγκιάλης, Χαρίλαος Τσαγκαράκης